

1	2	3	4	5	6	11097116
7	7	7	X	X	27	Удс.
7	7	7	X	X	27	

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАЧА № 0.2	ЛИСТ 3 ИЗ 3	M-1-10-14
		ШНФР (заполняется Оргкомитетом)

Возьмём точки a, b, c такие, что
 $a = -b, c = k = 0$ Тогда т.к. прямая
~~параллельна~~ симметрична относительно
~~прямой~~ ~~проведённой~~ ~~через~~ ~~вершину~~ ~~оси~~ ~~OY~~,
 то $P(a+b) = P(c)$
~~не обязательно~~

$$P(a+c) = P(b)$$

$$P(b+c) = P(a)$$

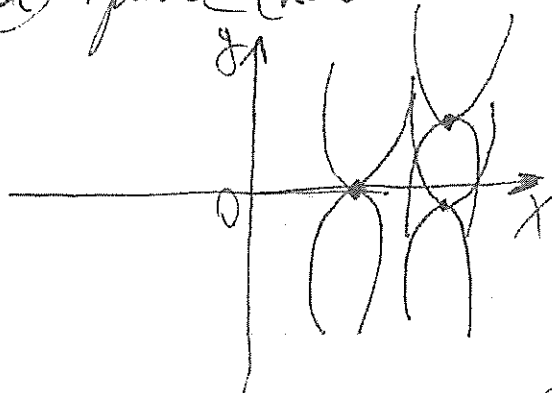
Ч.Т.Д

(7)

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАЧА № 102	ЛИСТ 2 ИЗ 3	М - 1-10 - 14 ШПФР (заполняется Оргкомитетом)
--------------	-------------	---

2) правее ($k > 0$)



на графике 6 вершин
расположены относительно ОХ:
ниже, выше, на;
верши вверх или вниз
возьмем точки

a, b, c , такие, что

$$k \cdot c > b > a \text{ и } 2k = a + b + c$$

Тогда т.к. парабола симметрична
относительно прямой ^{проводящую} через вершину, ~~на~~ и
параллельно оси ОУ, $P(a+b) = P(c)$

$$P(b+c) = P(a) \text{ т.к. расположен}$$

$$P(a+c) = P(b) \text{ по оси ОХ}$$

$$2k = a + b + c \Rightarrow k - c = a + b - k$$

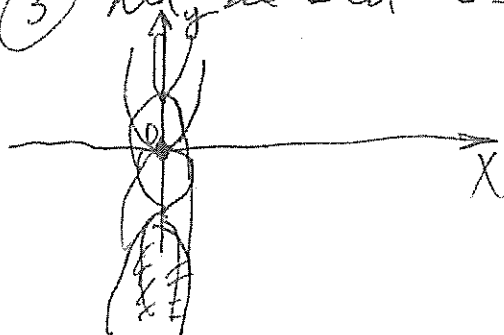
$$k - a = c + b - k$$

$$k - b = a + c - k$$

у точек ~~х~~
 $a+b$ и c равно
 $b+c$ и a равно
 $a+c$ и b равно

т.к. известно число меньшее k , следовательно, мы
находимся такие числа a, b, c , что $2k = a + b + c$

3) на оси ОУ ($k = 0$)



на графике 6 вершин
расположены относительно ОХ:
вышнее, на; верши, вниз или
вверх

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАЧА №102	ЛИСТ 1 из 3	М - 1 - 10 - 14 ШИФР (заполняется Оргкомитетом)
-------------	-------------	---

$P(x) = ax^2 + bx + c$, на графике это парабола
Докажите, что найдутся a, b, c такие, что:

$$P(b+c) = P(a)$$

$$P(c+a) = P(b)$$

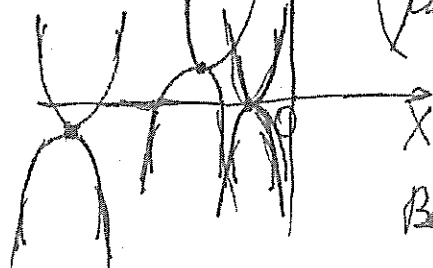
$$P(a+b) = P(c)$$

Рассмотрим график функции $y = P(x)$

Заметим, что график параллелен относительно прямой, проведенной через вершину параболы и перпендикулярной оси OY .

Есть 3 случая расположения вершины параболы относительно оси: возьмем за k х-ю вершину параболы

(1) левее ($k < 0$)



(на графике в ~~двух~~ вариантах)
равностоящая относительно OX :
выше, ниже, на
вершине, вблизи верш.

Возьмем точки a, b, c такие,
что ~~$a < b < c$~~ ~~$2k = a+b+c$~~ ~~$2k = a+b+c$~~
 ~~$a < b < c$~~ ~~$k < c < b < a$~~

Т.к. парабола ~~параллельна~~ симметрична относительно
прямой, проведенной через вершину параболы
и перпендикулярной оси OY , то условие
выполняется

$$P(a+b) = P(c)$$

$$P(a+c) = P(b)$$

$$P(b+c) = P(a)$$

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАЧА № 10.3	ЛИСТ 2 ИЗ 2	М-1 -10-14 ШПФР (заполняется Оргкомитетом)
---------------	-------------	--

Тогда всего во всех конфетах $n-144$ сорта, которого по 10 конфет (т.к. при модификации есть ровно 10 конфет в группе, а если с каждым уменьшением один из сортов которого всего 10 уменьшается на 1 конфету в группе из К. и всего $n-144$ уменьшится)
 $10(n-144) \leq n$ (Тогда всего конфет ~~как минимум~~ $10(n-144)$, но не больше чем n -ка в модификации)
 $10n-1440 \leq n$

$9n \leq 1440 \Rightarrow n \leq 160$ - противоречие, т.к. $n > 160$
 по предположению
 предположения.

Ответ: 160.

7

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАЧА № 10. 3	ЛИСТ 1 ИЗ 2	М - 1-10-14 ШНФР (заполняется Оргкомитетом)
----------------	-------------	---

~~В коробе~~ n конфет нескольких сортов $n \geq 145$
~~В коробе~~ $n \geq 145$
 В коробе K конфет разных сортов найдётся
 сорт, конфет, которого в этой группе
 ровно 10.
 Какое максимальное n ?

Максимум $n = 160$ ~~(16 сор)~~ (13)
 В коробе 16 сортов по 10 конфет
 Выберем K конфет. Заметим, что каждое одно сорта
~~взяв не меньше~~ Будем считать, что среди K конфет
 в группе ~~каждого~~ ~~вида~~ не найдётся сорта, кото-
 рого 10 в группе. Тогда конфет всего не более
 чем $16 \cdot 9 = 144$ - противоречие ($K \geq 145$). Значит
 среди K конфет в этой группе всегда найдётся
 сорт, которого представлено 10 конф. в группе. +

Предположим, что ~~каждое~~ найдётся больше
 n , при котором всё выполняется. Тогда
 $n > 160$. Возьмём $K = n$. Если всё выполняется, то
 существует сорт, которого ^{ровно} 10 шт. в группе. Будем
 уменьшать K на 1, выдвигая конфету, которая
 сорта которой 10 шт. в группе.

~~Эта задача может не выполняться~~
~~при $K = n$, но при $n \geq 10$ конфет можно~~
~~увеличить после выдвигания конфет~~

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАЧА № 10. 1	ЛИСТ 1 ИЗ 1	М-1-10-14 ШПФР (заполняется Оргкомитетом)
----------------	-------------	---

10 нат. чисел.
среди них нет равных
из них минимум 3 : 5
минимум 4 : 4

Может ли сумма 1. быть ≤ 45 ?

Х пример ~~последов~~ набора из 10 н. чисел

1; 2; 3; 4; 5; 6; 8; 10; 12; 20

• Их 10 и они все натуральные

• среди них нет двух равных

• можно выбрать 3 числа, делящиеся на 5: 5; 10; 20

• можно выбрать 4 числа, делящиеся на 4: 4; 8; 12; 20

• Их сумма = 71, что меньше 45 $\Rightarrow$ ~~нет~~
Сумма может быть ≤ 45

Ответ: да.

(7)

6	7	8	9	10	Σ	Подпись
7	7	2	x	0	16	Или
7	7	2	x	0	16	Да

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАЧА № 10.10	ЛИСТ 1 ИЗ 1	11-2-10-14
		ППФР (заполняется Оргкомитетом)

b -натуральное
 n -натур.
 $n > b$
 $n! \geq 10^{100}$

Заметим, что $n!$ делится на
 все числа до n включительно.
 $n > b$, значит n кратно b и все
 числа до b включительно.

Док-ть, что такое b найдётся

Возьмём b ~~такого~~ вида $\underbrace{999 \dots 99}_{\text{всего } 10^9 \text{ девяток}} = 10^{10^9} - 1$

$n! \geq 10^{100}$, отбросим ~~некоторые~~ ~~цифры~~ от $n!$
 каждую цифру можно представить
 в виде $(b+1)a$, где a - цифра разряда.
 "новый" разряд единицы можно пред-
 ставить как $(b+1)a$, где a - цифра разряда.

Тогда $(ab+a):b$ ~~с другими разрядами~~
 только при $a:b$ ~~оставшиеся~~

$n!$ кратно b , а значит сумма цифр $n!$ кратна b .

Значит сумма цифр $\geq 10^{10^9} - 1$, что не меньше 10^{100}

Итого ~~Нет~~ такого ~~знаменателя~~
 величины

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАЧА № <u>10.8</u>	ЛІСТ <u>2</u> ІЗ <u>2</u>	<u>М-2-10-14</u>
		ШІФР (заповняється Оргкомітетом)

Аналогично остальные углы $\angle ABC$ выражаются
целыми числами градусов.

Ке не поврѣх!

некий $\times$ треугольник с точкой x :
некий ΔKXM

∠KXM вып. нмт. т.е. по построению и не является, 178° по построению.

Т.к. ~~то~~ точки К и М лежат на одной окр.,
а т. Х - центр окр., то $\triangle KXM$ - равнобедр.
значит $\angle XMK = \angle XKM$ (т.к. ~~то~~ $KX = XM$)

т.к. сумма углов $\alpha = 180^\circ$, а $\angle KXM$ внешний и
не более 180° , то углы $\angle XMK$ и $\angle XKM$ также
вырастают наравленные с ними углов.

Большие мошки. Зимой же косят т.к.
много можно задремаровать. Одрезок из
мошек а, б, а остальные в мошек как митенки.

179, вершины улов 178, а Δ 179, по кат. Δ, из
 (179780' сур. улов ~~однодифференци~~
 не по в. установили уловы)

Воздух этот представлял собой смесь (не по объему, а по весу) из воздуха и паров воды, причем паров воды было 180 N более, чем воздуха.

Quem: 180 ~~180~~

28

Пример (+)

Оценки $\ominus$

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАЧА № 10 З.	ЛИСТ 1 ИЗ 2	М-2-10-14 ШИФР (заполняется Оргкомитетом)
----------------	-------------	---

N точек
 образ при из них
 образуют треугольники,
 величина угла которого
 в градусах выр. нем. чис.
 Какое наибольшее N ?

Пример на $N = 180$.

Возьмем точку O и начертим
 окружность радиусом 100 . Нарисуем точку
 на окружности. Далее по часовой стрелке будем
 рисовать по точке на окружности так, чтобы
 угол $\angle AXC$ был 2° (рисующая точка) и с каждой
 нарисованной точкой увеличивался на 2° . Таким
 образом нарисуем от точки Y 88 точек по час. стр.
 Аналогично еще 88 точек, но против часовой
 стрелки. Тогда

$\angle$ треугольника $\triangle ABC$
 точка X : $\triangle ABC$.

он вписанный, $\angle ABC$ опирается на ту же
 дугу, что и $\angle AXC$, который выделен темным
 по построению и центральным. $\angle ABC = \angle AXC$ и т.д.
 $\angle AXC$ темный, то $\angle ABC = \text{нем. чис.}$ градусов?

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАЧА № 10 7	ЛИСТ 2 ИЗ 2	М - 2 - 10 - 19
		ШПФР (заполняется Оргкомитетом)

$$\left. \begin{array}{l} \angle B_1DA = 180^\circ - \angle ADC \text{ (смежные)} = 180^\circ - y \\ x + y = 180^\circ \text{ (гор. линии)} \end{array} \right\} \Rightarrow \angle B_1DA = x$$

$$\left. \begin{array}{l} \angle B_1DA = x \text{ (гор. линии)} \\ \angle DB_1E = x \text{ (гор. линии)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle B_1DA - \text{равнобедр.} \Rightarrow DA = B_1A.$$

$$\left. \begin{array}{l} B_1E = EB \text{ (гор. линии)} \\ B_1E = B_1A + AE \\ B_1A = AD \text{ (гор. линии)} \end{array} \right\} \Rightarrow AD + AE = BE \quad \text{и т.д.}$$

7

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

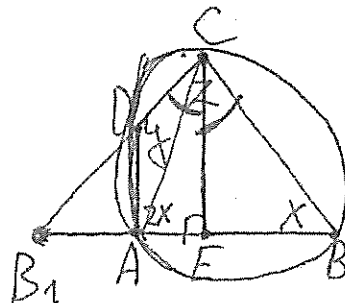
ЗАДАЧА №10. 7	ЛИСТ <u>1</u> ИЗ <u>2</u>	М-2-10-14 ШПФР (заполняется Оргкомитетом)
---------------	---------------------------	--

Дано
 $ABCD$ - вписанный четырех.

$$\angle A = 2\angle B$$

Вис. $\angle C$ пересек. AB в т. E

Док-ть, что $AD + AE = BE$



~~Решение~~ Пусть $\angle B = x$, тогда $\angle A = 2x$

Пусть $\angle C = 2$, а $\angle D = y$, тогда $\angle BEC = \angle DEC = \frac{2}{2}$

т.к. $ABCD$ - вписанный, то: $y + x = 2x + 2 = 180^\circ$

$$y + x = 2x + 2 \Rightarrow y = x + 2$$

$$\text{подставим в } y + x = 180^\circ \Rightarrow (x + 2) + x = 180^\circ \Rightarrow x + \frac{2}{2} = \frac{90^\circ}{2}$$

$\triangle BEC$

$$\angle BEC + \angle ECB + \angle EBC = 180^\circ$$

$$\angle BEC + \frac{2}{2} + x = 180^\circ$$

$$\frac{2}{2} + x = 90^\circ \text{ (док. выше)} \Rightarrow \angle BEC = 90^\circ \Rightarrow \angle AEC = 90^\circ \text{ (смежные)}$$

Продлим DC до точки B_1 так, что $B_1C = BC$

$B_1C = BC$ (по построению)

CE - общая

$$\angle B_1CE = \angle ECB$$

$\angle B_1CE = \angle ECB$

(это можно сделать, т.к. CE одновременно высота и биссектриса) и $AC > CD$ (док. выше) по стороне и углу между ними.

$$\Rightarrow \triangle B_1CE = \triangle ECB$$

$$\angle B_1CE = \angle ECB \Rightarrow B_1E = EB$$

$$\angle CB_1E = \angle EBC, \text{ т.к. } CE - \text{общая} \Rightarrow \triangle B_1CE = \triangle ECB$$

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАЧА № 10.6	ЛИСТ <u>1</u> ИЗ <u>1</u>	М-2-10-14 ШПФР (заполняется Оргкомитетом)
---------------	---------------------------	---

3 числа: $X; X+2; X+4$

Может ли сумма остатков от деления этих трёх чисел на 2022 равняться некоторому простому числу? Заметим, что после взятия остатка сохраняется чётность чисел.

✗ остаток на 3 этих чисел

	X	$X+2$	$X+4$
ост. на 3	0	2	1
	1	0	2
	2	1	0

число 2022 кратно трём, знает ~~каждое~~ остаток на 3 деления чисел, после взятия остатка на 2022

Сумма остатков на 3 всех трёх чисел во всех случаях равна 3 (то есть $3 \div 3$).

Единственное простое число кратно трём это 3.

Из трёх н.ч. чисел ~~невозможно~~ в сумме может получиться число 3 только в случае, когда все три числа равны 1. Это возможно, если $X; X+2; X+4$ имеют

остаток от 2022 равный 1, но тогда ~~разность~~ на ~~них~~ ~~модуль~~ ~~полной~~ ~~разности~~ ~~должен~~ ~~быть~~ ~~кратен~~ ~~2022~~, что быть не может. ~~т.е.~~ ~~⇒~~ Ответ нет

Ответ: нет.

