



РЭ-Э-2-18

Всероссийская олимпиада
школьников по экономике

53
535. 07.10.21

Региональный этап

2020/2021 год

Первый тур. Тест.

Конкурс

закрасьте кружочек

☐ 9 класс

☐ 10 класс

☒ 11 класс

Образец заполнения:

1. 1) ☐ 2) ☒
6. 1) ☐ 2) ☐ 3) ☒ 4) ☐
11. 1) ☒ 2) ☐ 3) ☐ 4) ☒
16. _____ 123 ☐

Исправления не допускаются

Задание 1

- 1.1. 1) ☒ 2) ☐ +
1.2. 1) ☒ 2) ☐ -
1.3. 1) ☒ 2) ☐ - (36)
1.4. 1) ☐ 2) ☒ 1 +
1.5. 1) ☐ 2) ☒ 1 +

Задание 2

- 2.1. 1) ☐ 2) ☐ 3) ☐ 4) ☒ 3 +
2.2. 1) ☒ 2) ☐ 3) ☐ 4) ☐ +
2.3. 1) ☐ 2) ☐ 3) ☒ 4) ☐ +
2.4. 1) ☒ 2) ☐ 3) ☐ 4) ☐ -
2.5. 1) ☐ 2) ☒ 3) ☐ 4) ☐ -

Задание 3

- 3.1. + 1) ☐ 2) ☐ 3) ☐ 4) ☒ 5
3.2. + 1) ☒ 2) ☒ 3) ☒ 4) ☐ 5
3.3. + 1) ☐ 2) ☒ 3) ☒ 4) ☐ 5
3.4. + 1) ☐ 2) ☒ 3) ☐ 4) ☒ 5
3.5. - 1) ☒ 2) ☐ 3) ☐ 4) ☒ -

Задание 4

- 4.1. 100 7 ☐ +
4.2. 64 7 ☐ +
4.3. $-\frac{2}{3}$ ☐ -
4.4. 20 7 ☐ +
4.5. 285 ☐ -

Пометки в квадратах ☐ делать запрещено



Всероссийская олимпиада
школьников по экономике

Региональный этап

2020/2021 год

Второй тур. Задачи

Количество задач	4
Сумма баллов	120
Время написания	140 минут
Конкурс	☐ 9 класс ☐ 10 класс ☒ 11 класс

закрасьте кружочек

Используйте для записи решений
только отведенное для каждого задания место.
В случае необходимости попросите дополнительный лист.

Не пишите на листах решений свое имя, фамилию
или другие сведения, которые могут указывать
на авторство работы.

Задание	5	6	7	8	Сумма
Баллы	0	200	200	130	360

Все поля таблицы заполняются жюри.

Задание 5

$$TC(q) = q^2 + 4$$

$$a) Q_0(P) = 40 - P$$

$$\pi = PQ - TC$$

$$\pi = (40 - q)q - (q^2 + 4) = 40q - 2q^2 - 4$$

$$\pi' = 40 - 4q = 0 \quad \left(\begin{array}{l} \text{производная} \\ \text{меняет} \\ \text{знак с } + \text{ на } - \end{array} \right)$$

$$\boxed{q = 10}$$

$$\text{Значит } P = 40 - 10 = \underline{30}$$

$$TC = 10^2 + 4 = 104$$

т.к. макс. период, до $\pi = 0 \Rightarrow$

~~3~~

P7-7-2-18

Задание 6

Дано:

$$q_d = 15 - p$$

$$TC = 5q$$

$$t = 20\%$$

(налог на прибыль)

$$I = 0,01q^2$$

(затраты на уклонение)

Решение:

а) без уклонения:

$$\pi = p \cdot Q - TC$$

$$q_d = 15 - p \Rightarrow p = 15 - q$$

$$\pi = (15 - q)q - 5q = 10q - q^2$$

(производная
меняет знак
с "+" на "-")

$$\pi' = 10 - 2q = 0 \Rightarrow q = 5$$

+ - $\rightarrow q$ Значит $q = 5$ точка максимума π $\pi(5)$ - максимальная прибыль

$$\pi(5) = 10 \cdot 5 - 5 \cdot 5 = 25$$

С учетом налога 20%:

$$\pi = 25 \cdot 0,8 = 20$$

ответ: 20.

б) с уклонением.

Оригинальная π : $\pi_{ор} = ((15 - q_1)q_1 - 5q_1) \cdot 0,8$, где q_1 - оригинальное предложение товара.

~~$$\text{Копированная } \pi: \pi_{коп} = ((15 - q_2)q_2 - 5q_2)$$~~

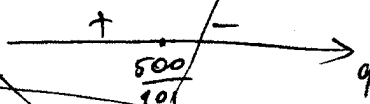
~~Неоригинальные издержки. Р_{коп} = $(15 - q_2)q_2 - 5q_2$, где q_2 - неоригинально предложение товара.~~~~Неоригинальные издержки (за уклонение): $0,01q_2^2$~~ ~~Таким образом, неоригинальная прибыль после оптимизации имеет вид: $\pi_{коп} = (15 - q_2)q_2 - 5q_2 - 0,01q_2^2$~~ ~~Максимизируем сумму $\pi_{ор} + \pi_{коп}$. Каждое слагаемое в этой сумме ~~уже~~ зависит от ~~уточно~~ слагаемого, а значит сумма максимумов слагаемых будет максимумом суммы~~

~~$$(\pi_{ор})_{\max} = 20 \text{ (из пункта а)}$$~~

~~$$\pi_{коп} = (15 - q_2)q_2 - 5q_2 - 0,01q_2^2 = 10q_2 - 1,01q_2^2$$~~

~~$$\pi'_{коп} = 10 - 2,02q_2 = 0$$~~

~~$$q_2 = \frac{500}{101}$$~~

~~т.к. производная меняет знак с "+" на "-", то точка максимума $\pi_{коп}(\frac{500}{101})$ - это максимальное значение.~~

$$\pi_{\text{теор}} = \left(\frac{500}{101} \right) - \frac{10 \cdot 500}{101} - 1,01 \cdot \frac{500}{101} - \frac{500}{101} = \frac{5000}{101} - \frac{2500}{101} = \frac{2500}{101}$$

$$\pi_{\text{теор}} = \pi_{\text{оп}} + \pi_{\text{теор}}$$

$$\pi_{\text{теор}} = 20 + \frac{2500}{101} = \frac{2020}{101} + \frac{2500}{101} = \frac{4520}{101} = 44,76$$

$$\text{ответ: } 44,76$$

Утеоретический издержки: $0,01 R_{\text{теор}}^2$

$$= \frac{1}{100} ((15 - q_2) q_2 - 5 q_2)^2$$

Тогда теоретическая прибыль: $\pi_{\text{теор}} = R_{\text{теор}} - 0,01 R_{\text{теор}}^2$ (**)

$$\pi_{\text{теор}} = 1 - 0,01 R_{\text{теор}} = 0 \xrightarrow{+} \frac{1}{50} R_{\text{теор}} \quad (\text{производная меньше нуля})$$

$R_{\text{теор}} = 50$. Значит теоретическая прибыль макс.

максимум при теоретическом уровне $R_{\text{теор}} = 50$.

Найдём $R_{\text{теор}}$:

$$(15 - q_2) q_2 - 5 q_2 = 50$$

$$10 q_2 - q_2^2 - 50 = 0$$

$$q_2^2 - 10 q_2 + 50 = 0$$

$D = 100 - 200 = -100 < 0$. Т.е. ни при каком q_2 выручку 50 получить нельзя. Но т.к. функция (**) возрастает на промежутке

$[0; 50]$, то чем больше R , тем больше q_2 . Найдём R , достигнув максимума издержек: $(q_2 - 5)^2 + 25 = 0$. Значит $R = 50 - 25 = 25$

$$\text{А } q_2 = 5. \text{ Тогда } \pi_{\text{теор}}(5) = 25 - \frac{1}{100} \cdot 25^2 = 25 - 6,25 = 18,75$$

$$\pi_{\text{теор}} = \pi_{\text{оп}} + \pi_{\text{теор}} = 20 + 18,75 = 38,75.$$

ответ: 38,75.

8) Теоретическая прибыль (с учётом влияния услуг) не зависит от ставки налога, а зависит фирма в любой ситуации будет получать теоретическую прибыль = 18,75.

Оригинальная же прибыль зависит от ставки налога, $\pi_{\text{оп}} = \pi \cdot \left(1 - \frac{t}{100}\right)$. Чем больше t , тем

Задание 7

$$C = \frac{2}{3}Y + 10$$

$$I = 40$$

$$G =$$

$$Y_n = 300$$

$$a) G = ? \quad \text{при } Y = Y_n$$

при сбаланс. бюджете.

$$Y = C + I + G + X_n$$

$$X_n = 0$$

$$Y = \frac{2}{3}Y + 10 + 40 + G \quad \text{при } Y = 300$$

$$\frac{1}{3}Y = 50 + G = \frac{300}{3} = 100$$

$$G = 50 \quad \text{при } Y = Y_n = 300$$

45.

2008г. бюджет был сбалансиров.

$$G = \frac{1}{4}Y \quad (\text{налоги}), \text{ тогда}$$

$$Y = \frac{2}{3}Y + 10 + 40 + \frac{1}{4}Y$$

$$\frac{1}{12}Y = 50 \quad Y = 600 \Rightarrow G = 150$$

$$\text{ответ: } G_1 = 50$$

$$G_2 = 150$$

$$b) L = (Y - Y^*)^2 + 4s^2 \quad \text{— потери}$$

S = гос. долг — расходы, д.р.

S = налоги — ~~G~~

$$Y^* = \frac{2}{3}Y^* + 10 + 40 + G^*$$

$$Y = \frac{2}{3}Y + 10 + 40 + G^* \Rightarrow Y = 150 + G$$

$$S = \frac{1}{4}Y - G$$

$$L = \left(\frac{2}{3}Y^* - \frac{2}{3}Y - 2G\right)^2 + 4\left(\frac{1}{4}Y - G\right)^2, \text{ где } Y = 150 + G$$

$$L = 4G^2 + 4\left(\frac{1}{4}(150 + G) - G\right)^2 = 4G^2 + 4\left(\frac{150}{4} - \frac{3}{4}G\right)^2$$

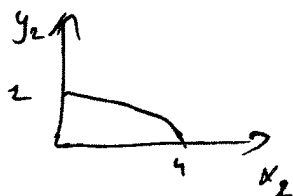
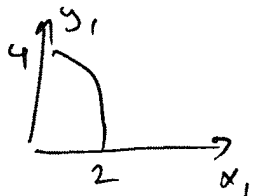
PJ-7-2-18

Задание 8

Дано:

$$y_1 = 4 - x_1^2$$

$$y_2 = 2 - \frac{1}{8}x_2^2$$



Σ 115

а) $x_1 + x_2 = 3$

$$(y_1 + y_2)_{\max} = ?$$

Сложим ур-я КПВ:

$$y_1 + y_2 = 4 - x_1^2 + 2 - \frac{1}{8}x_2^2$$

$$y_1 + y_2 = 6 - x_1^2 - \frac{1}{8}x_2^2 \quad (*) \quad 25$$

С учётом условия: $x_1 = 3 - x_2$. Подставим:

Σ 95

$$y_1 + y_2 = 6 - (3 - x_2)^2 - \frac{1}{8}x_2^2 = -3 + 6x_2 - \frac{9}{8}x_2^2 \quad (1) \quad 15$$

График выражения (1) — это парабола с ветвями вниз. Максимальное значение выражения (1) достигается в вершине параболы; $x_2 = -6 : ((-\frac{9}{8}) \cdot 2) = \frac{8}{3}$. Подставим $x_2 = \frac{8}{3}$ в выражение (1): $y_1 + y_2 = -3 + 6 \cdot \frac{8}{3} - \frac{9}{8} \cdot \frac{8}{3} \cdot \frac{8}{3} = -3 + 16 - 8 = 5$. Ответ: 5.

б) $x_1 + x_2 = 5$

$$(y_1 + y_2)_{\max} = ?$$

Воспользуемся ф-лой (*):

$$y_1 + y_2 = 6 - x_1^2 - \frac{1}{8}x_2^2 \quad 15$$

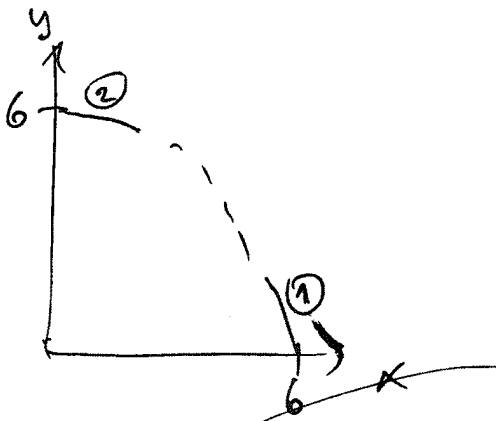
С учётом $x_1 + x_2 = 5$: $x_1 = 5 - x_2$

$$y_1 + y_2 = 6 - (5 - x_2)^2 - \frac{1}{8}x_2^2 = -19 + 10x_2 - \frac{9}{8}x_2^2 \quad (2) \quad 55$$

График выражения (2) представляет собой параболу с ветвями вниз. Максимальное значение выражения (2) достигается в вершине параболы; $x_2 = \frac{-10}{-\frac{9}{8} \cdot 2} = \frac{40}{9}$. Подставим

x_2 в выражение (2): $y_1 + y_2 = -19 + 10 \cdot \frac{40}{9} - \frac{9}{8} \cdot \frac{40}{9} \cdot \frac{40}{9} = \frac{28}{9}$. Ответ: $\frac{28}{9}$.

в) Определим общую КПВ:



$$y_{max} = 4 + 2 = 6$$

$$x_{max} = 4 + 2 = 6$$

$$y_1 = -2x_1$$

$$y_2 = -\frac{1}{4}x_2$$

Линия 2 специализируется на x , а линия 1 на y .

Сравним производные;

$$-2x_1 = -\frac{1}{4}x_2$$

$$8x_1 = x_2$$

(0.5)